

SEPARASJONSTEORI – Dråper og bobler

Jon Steinar Gudmundsson
April 2012

Dråpe- og boblemekanikk

Synkehastighet dråpe, u_D
Stigehastighet boble, u_B

Tyngdekraft (g =gravitation) på dråpe

$$\begin{aligned} F_g &= \rho g V [N] \\ &= \rho_L g V_D \end{aligned}$$

Oppdrift (b =buoyancy) av dråpe

$$F_b = \rho_G g V_D$$

Friksjonskraft på dråpe

$$F_f = \frac{1}{2} f_D A_D \rho_G u_D^2$$

Kraftbalanse for dråpe med konstant synkehastighet (steady state = stabil tilstand)

$$F_f = F_g - F_b$$

$$\frac{1}{2} f_D A_D \rho_G u_D^2 = g V_D (\rho_L - \rho_G)$$

Vi antar kuleformet dråpe (volum til dråpe, areal/motstandsflate i synkeretning)

$$V_D = \frac{\pi d^3}{6}$$

$$A_D = \frac{\pi d^2}{4}$$

Derfor

$$u_D = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{g d}{f_D} \frac{\rho_L - \rho_G}{\rho_G}}$$

$f_D = \text{friksjonsfaktor}$ (drag coefficient, motstandskoeffisient)

Friksjonsfaktoren f_D bestemmes fra eksperimenter, i likhet med friksjonsfaktoren for rør. På samme måte finnes det diagrammer som viser dråpe-friksjonsfaktoren mot dråpe-Reynolds-tall. Flere teoretiske og empiriske ligninger finnes i litteraturen, for eksempel (Bird, Steward & Lighfoot 1960:

Laminær strømning (creeping flow) rundt dråpe

$$\text{Re}_D < 1$$

$$f_D = \frac{24}{\text{Re}_D}$$

(Denne friksjonsfaktorligningen resulterer når Stokeslov gjelder). Den er nøyaktig for Reynolds-tall under 0,1 men kan brukes for tall under 1. Jekel o.a. (2001) har justert litt på Reynolds-tall grensene (disse er brukt her).

Overgang

$$1 < \text{Re}_D < 500$$

$$f_D = 18,5 \frac{1}{\text{Re}_D^{0,6}} = 18,5 \frac{1}{\text{Re}_D^{3/5}}$$

Turbulent strømning (grensesjiktseparasjon bak dråpe) rundt dråpe

$$500 < \text{Re}_D < 2 \cdot 10^5$$

$$f_D = 0,44$$

Reynolds-tall for dråpe

$$\text{Re}_D = \frac{\rho_G u_D d}{\mu_G}$$

Fra ligningene

$$u_D = \sqrt{\frac{4 g d}{3 f_D}} \sqrt{\frac{\rho_L - \rho_G}{\rho_G}}$$

$$f_D = \frac{24}{\text{Re}_D}$$

kan det vises at

$$u_D = \frac{gd^2}{18} \left(\frac{\rho_L - \rho_G}{\mu_G} \right)$$

som baseres på Stokes lov. Vær oppmerksom på at nå er viskositet til gassfasen i nevneren, ikke tetthet som ovenfor.

Hvis separasjonen skjer i en sentrifuge eller hydrosyklon må gravitasjonskonstanten g erstattes med ωr eller (u_T^2 / r) [m/s²] hvor ω er angulær hastighet, r er utstyrets radius mens u_T er tangential hastighet.

Stigehastigheten til boble i Stokes-regime gis ved ligningen (vær oppmerksom på at nå brukes viskositeten til væskefasen)

$$u_B = \frac{gd^2}{18} \left(\frac{\rho_L - \rho_G}{\mu_L} \right)$$

Alternative ligninger for motstandskoeffisienten f_D finnes i litteraturen. En ligning presentert ved Cheng (2008) dekker hele Re_D området fra 0,01 til 10^5 og skrives

$$f_D = \frac{24}{Re_D} (1 + 0,27 Re_D)^{0,43} + 0,47 [1 - \exp(-0,04 Re_D^{0,38})]$$

MANGLER DET UNDERSKRIFT D PÅ SISTE REYNOLDSTALLET?

En utvidelse (av Stokes lov) er Haramand-Rybczynski motstandsloven for dråper hvor det oppstår intern sirkulering (antageligvis, intern sirkulering kan oppstå i svært store dråper, men ikke i små dråper/bobler).

$$f_D = \frac{24}{Re_D} \left[\frac{1 + \frac{2}{3} \bar{\mu}}{1 + \bar{\mu}} \right]$$

hvor $\bar{\mu}$ er forholdet mellom viskositeten til den kontinuerlige fasen til viskositeten til dråpe eller boble (dispergert fase)

For dråpe i gass (viskositet olje \gg viskositet gass)

$$\bar{\mu} \rightarrow 0$$

og synke- og stigehastighet basert på Stokes lov resulterer.

For boble i væske (viskositet gass \ll viskositet olje)

$$\bar{\mu} \rightarrow \infty$$

slik friksjonsfaktor blir

$$f_D = \frac{16}{Re_D}$$

Derfor, stigehastigheten til boble i væske er (50 % høyere enn synkehastigheten til dråpe i gass)

$$u_B = \frac{3}{2} \frac{gd^2}{18} \left(\frac{\rho_L - \rho_G}{\mu_L} \right)$$

Ved dimensjonering av separatorene brukes (i industrien) forenklingen

$$u_D = k_s \sqrt{\frac{\rho_L - \rho_G}{\rho_G}}$$

hvor k_s er separasjonskonstanten. For horisontale separatorene anbefaler API

$$0,12(m/s) < k_s < 0,15(m/s)$$

og NORSOK anbefaler

$$k_s = 0,137(m/s)$$

Synkehastighet dråper, eksempel

Stokes lov gir

$$u_D = \frac{1}{18} g d^2 \left(\frac{\rho_L - \rho_G}{\mu_G} \right)$$

u_D	=	synkehastighet dråpe
g	=	gravitasjonskonstant
d	=	diameter dråpe
ρ_L	=	tetthet dråpe
ρ_G	=	tetthet gassfase
μ_G	=	viskositet gassfase

Egenskapen til mettet lettolje og gassfase ved 25°C separator betingelser, fra hysys.

Tabell viser senkehastigheten til 200 μ m oljedråper

	10 bara	20 bara
ρ_G (kg/m ³)	9,4	18,0
ρ_L (kg/m ³)	651	637
μ_G (cp)	$1,1 \cdot 10^{-2}$	$1,1 \cdot 10^{-2}$
u_D (m/s)	1,4	1,2

$$\mu(cp) = \mu \cdot 10^{-3} (Pa \cdot s)$$

$$\frac{\rho_L - \rho_G}{\mu_G} = 642 \cdot 10^{-5} (10 \text{ bara})$$

$$= 563 \cdot 10^{-5} (20 \text{ bara})$$

$$u_D = \frac{1}{18} (200 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 9,81 \cdot 642 \cdot 10^{-5}$$

$$= 1,4 \text{ m/s} (10 \text{ bara})$$

$$= 1,2 \text{ m/s} (20 \text{ bara})$$

Gasstetthet og standard betingelser

Reelle gass-loven

$$pV = znRT$$

Gasstetthet

$$\frac{n}{V} (\text{mol} / \text{m}^3) = \frac{p}{zRT}$$

$$\rho (\text{kg} / \text{m}^3) = \frac{pM}{zRT}$$

$$M (\text{kg} / \text{kmol})$$

Standard betingelser (s.c. = standard conditions), 15 C og 1 atm (=1,01325 bara), i Norge. I USA brukes 60 F og 1 atm som standard betingelser.

$$n = n_{s.c.}$$

$$\frac{pV}{zRT} = \frac{p_{s.c.}V_{s.c.}}{z_{s.c.}RT_{s.c.}}$$

$$z_{s.c.} = 1$$

$$V = V_{s.c.} \left(\frac{p_{s.c.}}{p} \right) \left(\frac{T}{T_{s.c.}} \right) z$$

$$q \propto V$$

$$q = q_{s.c.} \left(\frac{p_{s.c.}}{p} \right) \left(\frac{T}{T_{s.c.}} \right) z$$

Vi observerer at temperaturene T og T_{s.c.} må gis i absolutt grader Kelvin.

Formasjons-volum-faktor (FVF) gass

$$B_g = \frac{V}{V_{s.c.}} = \left(\frac{T}{T_{s.c.}} \right) \left(\frac{p_{s.c.}}{p} \right) z$$

Gasskapasitet vertikal separator

Gasshastighet

$$u_G = \frac{q_G}{A_G} = \frac{m_G}{A_G \rho_G}$$

Synkehastighet dråper

$$u_D = k_s \sqrt{\frac{\rho_L - \rho_G}{\rho_G}}$$

Maksimum gasshastighet når

$$u_G = u_D$$

Kapasitet uttrykt som masserate

$$m_G = u_G \rho_G A_G = \rho_G A_G k_s \sqrt{\frac{\rho_L - \rho_G}{\rho_G}}$$

Kapasitet uttrykt som volumrate

$$q_G = u_G A_G = A_G k_s \sqrt{\frac{\rho_L - \rho_G}{\rho_G}}$$

Kapasitet uttrykt som volumrate ved standard betingelser

$$(q_G)_{s.c.} = A_G k_s \sqrt{\frac{\rho_L - \rho_G}{\rho_G}} \left(\frac{p}{p_{s.c.}} \right) \left(\frac{T_{s.c.}}{T} \right)^{\frac{1}{z}}$$

API anbefaler for vertikal separator

$$0,05(m/s) < k_s < 0,11(m/s)$$

- Ligningen gir arealet A_G som gir minimum diameter (ideell)
- Reelt strømningsareal må være større, for eksempel 20-30 % større
- Høyden må være god nok for god fordeling av gass-væske strømmen
- Det må være væskefylt høyde (vannlås)
- I praksis $(L/d) \approx 3$

A: Primær separasjon

B: Gravitasjonsutfelling

C: Koalesens (dukmatte)

D: Væskefylling

Vanlig å anta separator 50 % væskefylt, men avhenger situasjon.

Gasskapasitet horisontal separator

Gasshastighet horisontalt, u_G

Synkehastighet dråper, u_D

Effektiv lengde separator, L (søm-til-søm, eng. seam-to-seam)

Synkelengde dråper, λ , representerer hvor langt nedover dråper må falle før de fanges opp på væskeoverflaten. En konseptuel avstand fordi dråpene ved innløp fordeles vertikalt fra væskeoverflaten til toppen av separatortanken.

Oppholdstid gass i separatoren

$$t_G = \frac{L}{u_G}$$

Synketid dråper

$$t_D = \frac{\lambda}{u_D}$$

Dråpene fanges opp hvis

$$t_D < t_G$$

ellers er dråpene ut av separatoren før de treffer væskeoverflaten.

Maksimum gasshastighet for å fange opp dråper basert på likheten

$$\frac{\lambda}{u_D} = \frac{L}{u_G}$$

gir

$$u_G = \left(\frac{L}{\lambda}\right) u_D$$

$$u_D = k_s \sqrt{\frac{\rho_L - \rho_G}{\rho_G}}$$

Gasshastigheten blir da

$$u_G = k_s \sqrt{\frac{\rho_L - \rho_G}{\rho_G}} \left(\frac{L}{\lambda}\right)$$

Fra

$$u_G = \frac{q_G}{A_G} = \frac{m_G}{A_G \rho_G}$$

kan vi skrive

$$q_G = u_G A_G = A_G k_s \sqrt{\frac{\rho_L - \rho_G}{\rho_G}} \left(\frac{L}{\lambda}\right)$$

Det er vanlig å anta 50/50 gassfase og væskefase i en horisontal separator. Maksimum synkelengde til en dråpe er fra taket av separatoren til væskeoverflaten, m.a.o. $\lambda = d/2$. Vanlig slankhetsfaktor L/d er mellom 4 og 6. Eksempelvis, antatt $L/d = 5$ kan gassraten uttrykkes med

$$q_G = u_G A_G = 10 A_G k_s \sqrt{\frac{\rho_L - \rho_G}{\rho_G}}$$

For å finne separatorens minimum diameter basert på maksimum gassrate, må arealet til gassraten beregnes. Dette er da halvparten av separatorens strømningsareal, antatt 50/50 fylling gass/væske. Halvparten av arealet ganges med to og diameteren til separatorene beregnes fra $A = (\pi d^2/4)$

Gassraten uttrykt ved standard betingelser er

$$(q_G)_{s.c} = A_G k_s \sqrt{\frac{\rho_L - \rho_G}{\rho_G}} \left(\frac{L}{\lambda}\right) \left(\frac{p}{p_{s.c}}\right) \left(\frac{T_{s.c}}{T}\right) \frac{1}{z}$$

For lange horisontale separatorene er det definert empiriske lengdefaktorer, som erstatter (L/λ) ovenfor. API anbefaler for horisontal separator (kun lengre enn ca. 10 ft = 3 m)

$$F = \left(\frac{L}{3,05}\right)^{0,56}$$

NORSOK anbefaler for horisontal separator (kun lengre enn ca. 6 m)

$$F = \left(\frac{L}{6}\right)^{0,58}$$

Kapasitet uttrykt som masserate

$$m_G = u_G \rho_G A_G = \rho_G A_G k_s \sqrt{\frac{\rho_L - \rho_G}{\rho_G}} \left(\frac{L}{6}\right)^{0,58}$$

A_G er strømningsareal gass. $A = A_G + A_L$. Diameter d finnes fra A . Ved bruk av API's eller NORSOK's lengdefaktor, som ligger mellom 1 og 2 (sammenlignet med 10 i eksemplet ovenfor), blir strømningsarealet til gassen betydelig mindre og dermed diameteren også.

API anbefaler for horisontal separator

$$0,12 \text{ m/s} < k_s < 0,15 \text{ m/s}$$

NORSOK anbefaler

$$k_s = 0,137 \text{ m/s}$$

Se GPSA Engineering Data Book, 1998, side 7-7, for API's anbefalinger.