

ISENTROPISK KOMPRESJON

Jon Steinar Gudmundsson
April 2012

En reversible adiabatisk prosess kalles for isentropisk. Entropien definert i varmelærens 2. lov forandres ikke fra innløp til utløp.

Arbeid (samme enhet som energi) i følge varmelærens 1. lov kan skrives

$$W = \int_1^2 v dp$$

I en prosess som avgir energi (f.eks. ekspander) er arbeidet positivt mens det er negativt i en prosess som tilføres energi (f.eks. kompressor). Negativt tegn brukes ikke her fordi det er inneforstått det gjelder kompresjon.

Arbeidet W kan også finnes ved integrasjon over spesifikt volum; resultatet vil være det samme som integrasjon over trykk som vist ovenfor.

Ligningen for en isentropisk prosess er den samme som for en reversibel adiabatisk prosess

$$pv^k = b$$

hvor b er en konstant. Den kan omskrives til

$$v = \left(\frac{b}{p} \right)^{1/k}$$

Setter inn for spesifikt volum i ligningen for arbeid

$$W = \int_1^2 b^{1/k} p^{-1/k} dp$$

Differensialregning tilsier

$$dx^n = nx^{n-1} dx$$

slik at integrering gir

$$W = b^{1/k} \frac{k}{k-1} \left[p^{\frac{k-1}{k}} \right]_1^2$$

$$p_1 v_1^k = b$$

og

$$(p_1 v_1^k)^{1/k} = b^{1/k}$$

Velger å eliminere v_2 slik at

$$\begin{aligned} W &= (p_1 v_1^k)^{1/k} \frac{k}{k-1} \left[p_2^{\frac{k-1}{k}} - p_1^{\frac{k-1}{k}} \right] \\ &= (p_1 v_1^k)^{1/k} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \frac{k}{k-1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] \end{aligned}$$

Fordi

$$p_1^{\frac{1}{k} + 1 - \frac{1}{k}} v_1^{\frac{k}{k}} = p_1 v_1$$

kan ligningen skrives

$$W = p_1 v_1 \frac{k}{k-1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

Dette er ligningen for isentropisk kompresjon av en ideell gass og gjelder for $k \neq 1$. Når $k = 1$ er prosessen isotermisk (konstant temperatur).

Arbeid W ovenfor har enheten [J/mol] og spesifikt volum v har enheten [m³/mol]. For å konvertere til effekt P med enheten [W] gjelder

$$P = W \frac{m}{M}$$

og for å erstatte spesifikt volum (ideelle gassloven) gjelder

$$pv = RT$$

Effekten i isentropisk kompresjon kan dermed skrives

$$P = \frac{m}{M} RT_1 \frac{k}{k-1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

Ligningen er arbeidshesten i kompressorberegninger. Den brukes også i ekspanderberegninger.

Ovenfor har vi uttrykk for arbeid W [J/kg] og effekt P [W] i isentropisk kompresjon. Vi trenger ett uttrykk til som brukes i kompresjon, nemlig isentropisk løftehøyde

$$h_s = \frac{W}{M}$$

med enheten [J/kg]. Vi kan skrive

$$h_s = p_1 v_1 \frac{k}{k-1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

Hvis k erstattes med den polytropiske eksponenten n uttrykker ligningen den polytropiske løftehøyden.